

ARTÍCULO DE REFLEXIÓN

Uso de recursos tecnológicos para apoyar las formas de representación en matemáticas en el colegio Abraham Lincoln

Elizabeth Angarita Torres
earangarita@docente.als.edu.co
Colegio Abraham Lincoln

Resumen

En el presente artículo se discute el uso de la tecnología para apoyar los cambios de representación en matemáticas. Se describen las formas de representación concreta, pictórica y simbólica y cómo éstas se usan en el método Singapur y como este método utiliza la transición de dichas representaciones para la solución de problemas y se describe brevemente como la tecnología permite acercarse a cada una de ellas. Finalmente, mediante la revisión de experiencias de aula, que usan objetos virtuales de aprendizaje, se hace una reflexión sobre el uso de la tecnología para apoyar la comprensión de un concepto matemático y la aprehensión por medio de su representación y/o ejercitación simbólica dejando abierta la posibilidad de hacer cambios de representación por medio de herramientas tecnológicas.

Palabras clave: Tecnología, Cambios de representación, Método Singapur, objeto virtual de aprendizaje.

Abstract

This article argues the use of ICT tools to support the changes of registration in mathematics. It describes the enactive, pictorial and abstract representations and their use in the singapore's Math. The basis of this method enhance the transition of those representations to solve problem situations and describes briefly how the technology get close to the development of each one. Finally it shows throughout a classroom experience how ICT tools interferences the change of representations of Abraham Lincoln students.

Key words: Technology, Math representations, Singapore's Math, virtual learning object.

Introducción

La tecnología ha estado de la mano en el desarrollo del conocimiento y habilidades de la de la humanidad. Desde la construcción de catapultas en la antigua Grecia hasta el uso de pequeñas computadoras y celulares inteligentes; el uso de las matemáticas ha influido en la tecnología y viceversa. En la actualidad, el uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación (NTIC) ha influido de manera importante la educación y específicamente, la educación en matemáticas. (Rubin, 2000).

Es así como en el Colegio Abraham Lincoln el currículo de matemáticas toma los pensamientos y sistemas (pensamiento numérico, geométrico-, métrico, aleatorio y variacional) en conjunto con el pensamiento computacional (herramientas web, programas como Cabrí, uso de calculadoras, desarrollo de proyectos como el silueta, etc) como procesos de apoyo al desarrollo de gestión curricular en el aula. Además, el área de matemáticas se ha destacado por utilizar metodologías como el flipped classroom como una estrategia pedagógica utilizando como base la tecnología: plataformas académicas, internet, etc.

Teniendo en cuenta lo anterior es necesario que se abra la discusión acerca de cómo usar los objetos virtuales de aprendizaje para trabajar cambios de representación. Para lograrlo, primero es útil saber cómo se aplican estos objetos en la actualidad y si apoyan el aprendizaje de uno o varias formas del conocimiento en matemáticas. Una vez se entienda como se usa la tecnología en el Colegio Abraham Lincoln, se puede iniciar una reflexión y a manejarla de tal forma que sea un soporte para ayudar a los estudiantes a pasar de una representación a otra.

De esta manera se realiza un marco teórico de las representaciones en matemáticas, luego se describe el método Singapur y la tecnología en las matemáticas, para luego presentar la reflexión y finalmente dar las conclusiones.

Formas De Representación En Matemáticas

El lenguaje a través de los años se ha estudiado y comprendido como un proceso natural de desarrollo del ser humano, generando un proceso dialectico entre el pensamiento y el lenguaje, al compararlo con el lenguaje matemático se evidencia que éste también interpreta, representa y trasciende la realidad. (Molina, 2013) Es por esto que diferentes estudios han mostrado que en cuanto el pensamiento numérico y sus sistemas (el número como símbolo), el cerebro lo asocia explícitamente en tres procesos neurológicos:

Efecto distancia, efecto tamaño y el efecto SNARC por su sigla en inglés (Spatial-Numerical Association of Response Codes). (Alonso, 2001) de acuerdo con lo anterior en conclusión primero es la forma y después su símbolo. Es en este argumento donde la

geometría toma un papel relevante pues es tomada como el medio natural para entender la realidad.

En un primer momento Bruner (1957), establece que hay varias formas de expresar el conocimiento en matemáticas:

- Concreta (Enactive en inglés): Aquella que involucra manipulación física o de objetos. Es muy usual para trabajar en los primeros años de educación en matemáticas.
- Pictórica (Matemáticas visual): Es aquella que se expresa en forma de dibujos, pinturas e incluso lenguaje escrito.
- Matemáticas simbólicas: Desarrollo de escritura simbólica para representar resultados del mundo real (símbolos aritméticos y algebraicos).
- Combinar la pictórica y la simbólica que podría ser una forma de usar la geometría.
- Matemáticas formales: El uso de conceptos, axiomas y teorías de manera simbólica para luego realizar pruebas y deducciones.

Es importante denotar el ciclo propuesto por Bruner: representación concreta permite hacer un acercamiento inicial a las matemáticas que posteriormente se pueden llevar al campo pictórico y simbólico. Se considera que estas tres formas de conocimiento en matemáticas se exploran en los primeros años de estudio y posteriormente dan paso al uso formal de las mismas en niveles universitarios y de maestría. Es por esta razón, que se considera pertinente que la educación en matemáticas promueva el uso de material

concreto, representaciones pictóricas y simbólicas para que de esta manera pueda preparar adecuadamente a un estudiante para pasar al estadio formal si es de su interés o bien para adquirir competencias matemáticas.

Las representaciones semióticas en matemáticas son aquellos registros que demuestran en más de una modalidad un mismo procedimiento, concepto o fenómeno (Duval 1998). Estas se clasifican en discursivas y no discursivas. Las representaciones discursivas resultantes en las matemáticas son: Denotar, Relacionar y establecer propiedades, y finalmente deducir. Entiéndase como representaciones discursivas aquellas que se apoyan en el uso del lenguaje natural (verbal o escrito).

Las representaciones no discursivas que son las figuras geométricas. Estas representaciones pueden ser registros multifuncionales y mono funcionales.

Los registros multifuncionales son aquellos que se valen de las dos representaciones tanto de las discursivas como las no discursivas valiéndose de representaciones icónicas: como dibujos, patrones, esquemas y no icónicas: figuras geométricas; éstas son las más usadas en los primeros años de escolaridad. Las mono funcionales en las cuales la mayoría de los procesos matemáticos son demostrados por medio de algoritmos, es imposible hacerlo con palabras (Duval 2006).

Es por esto que es importante encontrar o desarrollar ese registro el cual Duval le llama “auxiliar” para unir la transición entre las representaciones multifuncionales y las mono funcionales ya que se ve truncado el proceso de aprendizaje de un concepto

matemático al no pasar de un registro a otro.

Por ejemplo, en geometría se hace necesario utilizar mínimo dos representaciones: Verbales: explicar atributos, expresiones numéricas: para determinar sus magnitudes y su visualización. Es importante recordar cómo estas representaciones son mediadas en el cerebro como distancias, y espacios. (Duval 2006)

Es así como se fundamenta la importancia de encontrar una estrategia pedagógica dentro de la enseñanza de las matemáticas que permita desarrollar esa transición y que se fundamente en que la forma es anterior a los símbolos y pueda ser ese puente para el dominio de las dos representaciones y generar conocimiento y manejo de las matemáticas. El método más cercano y que se basa en lo anterior encontrado por el colegio Abraham Lincoln es el método Singapur.

Método Singapur Y Uso De Recursos Tecnológicos

La metodología para la enseñanza de las matemáticas en los primeros años desarrollada en Singapur (Moe,sf) tiene en cuenta las formas de acercarse al conocimiento en matemáticas. De acuerdo con el ministerio de educación de Singapur es muy importante que el estudiante esté en un cambio de representación constante entre lo concreto, pictórico y simbólico: CPA de tal forma que su conocimiento se afiance; la planeación de una lección empieza con un ejercicio que utilice manipulativos siendo ésta la etapa concreta, luego se pide a los estudiantes representar sus ideas visualmente, (usando gráficas), esta es

la etapa pictórica, finalmente se llega a la etapa abstracta no sin antes asegurarse que hay una comprensión del concepto trabajado en las dos etapas anteriores.

Esto hace que, en algunos casos, el estudiante opte por usar el material concreto y luego represente de manera pictórica o simbólica dependiendo el nivel de dificultad deseado en el objeto de aprendizaje. Esto permite que el estudiante logre un mejor entendimiento de los procedimientos usados y tenga una comprensión duradera. (Ministerio de educación de Singapur, Moe, sf). La base metodológica se muestra en la Figura 1.

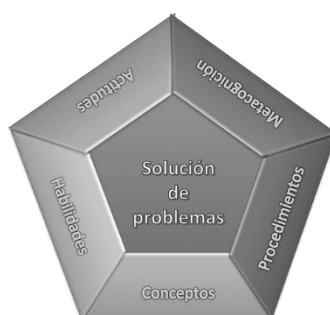


Figura 1. Base metodológica del método Singapur, imagen recuperada de: <https://www.mathink.com.mx/mtodo-singapur-mathink>

Las matemáticas en este sentido son abordadas en **espirales** decir todo el tiempo están pasando por la representación concreta, pictórica y abstracta de un concepto a desarrollar, por lo tanto, un tema es abordado por una situación que lleve a los estudiantes a desarrollar en profundidad un tema a medida que se ejecuta el plan curricular, es decir con un mayor nivel de complejidad. Por lo tanto, la repetición es usada como una estrategia para aprehender significativamente y tener las bases para encontrarse con un nuevo saber.

(Alonzo, López, De la cruz, 2013)

De acuerdo con lo anterior el método se basa en la resolución de problemas que ayuden al estudiante a desenvolverse de manera efectiva en la conceptualización y desarrollo del pensamiento matemático a través de 5 fases (Sanhueza, 2011) en las cuales el docente es de suma importancia ya que su rol es el de retroalimentar de manera heurística el saber del estudiante, guiarlo para que cumpla un razonamiento aceptable del problema o situación presentada:

1. Conocimientos previos.
2. Investiga, realiza experimentos (el juego es una estrategia para esta fase)
3. Modifica conceptos previos y describe resultados
4. Refuerza conceptos
5. Da conclusiones y resuelve problemas.

Es importante resaltar que las 5 fases están mediadas por el CPA y que no se trabajan por separado.

El método Singapur permite que los docentes de matemáticas no se limiten solo al uso de las representaciones simbólicas, sino que exploren las otras dos representaciones. Esto reta al educador a buscar nuevas formas de mostrar situaciones mientras que los estudiantes tengan que usar varios elementos antes o mientras usan algoritmos o ecuaciones a solucionar. Además, el método tiene organizadas las representaciones pictóricas tal que la solución de problemas pueda verse de manera gráfica para una interpretación novedosa

para la mayoría de los estudiantes.

Es por esto, que se considera que el método Singapur es uno de los métodos más efectivos para cambiar de una representación a otra y si bien se podría manejar sin el uso de nuevas tecnologías, es interesante revisar como el uso de un computador o herramienta tecnológica puede mejorar los cambios de una representación a otra, ya que esto ayudará a que el método se consolide de manera más efectiva dando la oportunidad de trabajar en equipo y construir colectivamente el conocimiento. (Alonzo, 2013)

Uso De La Tecnología Para Aprender Matemáticas

Es importante resaltar la importancia de la tecnología en el mundo de hoy. Las matemáticas no son la excepción ya que los usos de recursos tecnológicos ayudan notablemente el proceso enseñanza aprendizaje tal y como lo resaltan James kaput y Thomson (1994). Dentro de la propuesta del uso adecuado del a tecnología se encuentra entre otras cosas el uso de varias representaciones.

Esto implica que el uso de la tecnología no se debe limitar a sólo mostrar información sino también a ayudar a mostrar la esencia de las matemáticas, adquisición de conceptos, procedimientos y estrategias que ayuden a alcanzar el logro establecido en la propuesta curricular. (Chance, Beth, Garfield 2001)

En la historia de las nuevas tecnologías y las matemáticas, se observó un inicio más cercano al uso de las matemáticas simbólicas (Biehler, 1993) ya que primero el uso de programas de computadora como BASIC o C++ acercaba a los estudiantes a solucionar problemas mediante métodos numéricos o programación. Cabe anotar que una gran aplicación de las computadoras es el uso de simulaciones que permiten predecir hechos y modificar parámetros que en la naturaleza mediante experimentación serían muy difíciles de realizar.

Sin embargo, con el desarrollo de programas gráficos y el mejoramiento de la resolución, se ha presentado un hecho interesante y es el acercamiento pictórico de las matemáticas mediante el uso de programas que permiten plotear y de esta forma observar desde el computador gráficas y figuras geométricas con una precisión muchísimo mejor que la que se puede presentar en un tablero. Por ejemplo, esto permite que las habilidades métricas de los estudiantes se mejoren ya que se puede observar que ocurre si no se usan las escalas adecuadamente. Como soporte a lo anterior se puede mostrar lo explicado por: Garfield, Joan, University of Minnesota, Minneapolis Medina, : *"Technology has also expanded the range of graphical and visualization techniques to provide powerful new ways to assist students in exploring"* .

Finalmente, se empezaron a usar interfaces que permiten la interacción estudiante-computador y con la cual se convierte el conocimiento concreto de las matemáticas ya que el estudiante revisa, corrige y mueve objetos o puntos para determinar la solución deseada (Biehler,1993).

Por lo tanto el uso de la tecnología requiere de una transposición didáctica en la

enseñanza de las matemáticas (Biehler,1993), ya que no solo se necesita el conocimiento del tema a tratar y su aplicabilidad sino también el manejo de la herramienta tecnológica para el desarrollo de éste. Así que no solo se pone en cuestión el manejo del recurso tecnológico sino también la aplicabilidad y pertinencia para que se cumplan los objetivos de un plan curricular.

Siguiendo esta propuesta se piensa en una estrategia que motive y lleve al estudiante a un mejor entendimiento del concepto o conceptos a tratar a través del diseño de un objeto virtual de aprendizaje OVA; este hace referencia a todo material digital disponible con propósitos educativos: *“Un objeto de aprendizaje es un conjunto de recursos digitales, autocontenible y reutilizable, con un propósito educativo y constituido por al menos tres componentes internos: Contenidos, actividades de aprendizaje y elementos de contextualización. El objeto de aprendizaje debe tener una estructura de información externa (metadatos) que facilite su almacenamiento, identificación y recuperación.”* (Colombia aprende ministerio de educación nacional,sf).

Así el estudiante en un medio virtual reelabora un concepto o contenido mediado por la estructura cognitiva del mismo. (Onrubia, 2005)

En relación con contenido-maestro- estudiante un ova se basa en un modelo constructivista que evidencia la interactividad en relación de un propósito pedagógico ya que el aprendizaje en ambientes virtuales permite monitorear al estudiante a medida que va desarrollando el objeto virtual de aprendizaje y sin lugar a dudas se encuentra con los objetivos establecidos por el maestro de manera asincrónica ya que el diseño del OVA esta parametrizado por aquellos logros a alcanzar establecido en el currículo.

Esto solo muestra que el uso de la tecnología actual permite usar cualquier representación y además que se pase de una representación a otra. Entonces cabe hacer la pregunta, ¿Es la tecnología un buen puente entre cambios de representaciones? Se considera que la respuesta sólo se encuentra por medio de la revisión de planes que usen tecnología para enseñar la matemática que explique cambios de representación en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

Cambios De Representación En El Aula

Se observaron brevemente dos experiencias de aula:

1. Una donde se usó un Objeto Virtual de Aprendizaje (OVA) que hizo que los estudiantes se motivarán a usar un método distinto de multiplicación donde en gran medida prima la representación simbólica dejando al estudiante el posible uso de otras representaciones a su parecer.

2. La introducción a un tema usando la representación pictórica y simbólica dejando de lado el uso de recursos tecnológicos.

Como es de interés el uso de recursos tecnológicos se explicará en detalle solo la practica uno.

Descripción Práctica Usando Recursos Tecnológicos

Clase: 3ro de primaria, objetivo: Resolver situaciones multiplicativas de números de

dos dígitos por dos dígitos. Salón de computadores. Tiempo: 45 minutos.

Práctica guiada: Se da la bienvenida a la experiencia de aprendizaje utilizando un avatar educativo, luego se introduce el tema usando un video que se encuentra en Youtube, éste explica paso a paso una estrategia de cálculo mental para resolver multiplicaciones de dos dígitos, finalmente aplica la estrategia para revisar la solución de un problema planteado.

Práctica individual: Se envía como tarea escuchar un podcast en el cual se planteaban dos problemas, los estudiantes debían proponer la solución y dar sus respuestas en un foro virtual en la plataforma académica de la institución. Es importante anotar que por una falla en la plataforma no se pudieron compartir las respuestas, sin embargo, se medía la dificultad dando solución pertinente sin dejar de lado el objetivo: aprendizaje colaborativo.

Evaluación: Para evaluar se propone como parte final del OVA un documento en PDF que presenta diferentes situaciones problema que requiere el uso de la estrategia aprendida a lo largo de la experiencia de aprendizaje.



Figura 2: Descripción de la clase utilizando un OVA y los cambios de representación de acuerdo a los momentos propuestos:

El tipo de representación utilizada en la práctica guiada fué simbólica, utilizando el algoritmo de la multiplicación, sin embargo, la estrategia de cálculo mental se apoya en la descomposición numérica utilizando números de base 10, esta descomposición usualmente conocida como **Number bonds** es comúnmente usada como representación pictórica para realizar operaciones aditivas y descomposiciones numéricas en el **método Singapur**.

El docente refiere motivación de los estudiantes en cuanto ven que su maestro es quien aparece en el video y presta su voz para el avatar que da la bienvenida al OVA. Por otra parte, los estudiantes muestran interés por aplicar la nueva estrategia aprendida.

La ventaja que presenta el OVA al llevar al alumno por varias actividades (videos, podcasts foros virtuales) es que abre la posibilidad a que el estudiante busque usar representaciones distintas a la usada por el maestro en la práctica guiada.

Entonces el OVA brinda al estudiante información necesaria: Situación problema, estrategia para resolverla, Interactividad: Foro de discusión y aplicación de la estrategia aprendida, y evaluación: Se da un grupo de situaciones a resolver utilizando la estrategia de cálculo mental aprendida.

Conclusiones:

Las representaciones más utilizadas en éste OVA son pictóricas y abstractas (algoritmos), es decir el estudiante utiliza como estrategia la representación pictórica para luego realizar la transición al uso del algoritmo, en este caso el de la multiplicación.

El ambiente virtual de aprendizaje permite ser ese puente entre el manejo correcto de representaciones multifuncionales y mono-funcionales, es decir se utilizan varios registros en este caso icónicos: Number Bond, y algorítmicos para solucionar una situación problema.

Durante el desarrollo del OVA los estudiantes van enfrentándose de manera gradual a la complejidad del pensamiento multiplicativo, animados por dar solución al problema inicial.

El OVA apoya el desarrollo del pensamiento computacional de los estudiantes y está planeado como apoyo dentro de la malla curricular de matemáticas. Esto ya que los estudiantes hacen un manejo apropiado tanto de la plataforma académica del colegio y redes sociales como YouTube.

Se observa el manejo y conocimiento del docente de tercero de primaria en el uso de apps y programas para el desarrollo del objeto virtual de aprendizaje.

El OVA permite plantear situaciones que requieran el uso de material concreto, en este caso permite utilizar el material y ver su representación pictórica de manera inmediata a través de la explicación del docente en el video tutorial.

Se accede a la información y al desarrollo de las actividades de manera asincrónica permitiendo que el estudiante realice el OVA partiendo de su necesidad y tiempo.

Al abrir una discusión (foro) propende la reflexión del estudiante en su aprendizaje, llevando a cabo procesos de Metacognición.

El OVA permite dar contextos cercanos a los estudiantes para el aprendizaje y uso de un concepto matemático; en este caso multiplicar haciendo uso del cálculo mental. Aunque estos contextos se pueden dar en una clase tradicional, el número de situaciones y su planteamiento dentro de un ambiente virtual de aprendizaje permiten verificar la pertinencia y calidad de éstos y su desarrollo en un tiempo pertinente.

En la evaluación se evidencia el manejo del cálculo mental de los estudiantes para resolver situaciones después de haber realizado varios procedimientos valiéndose de la representación pictórica.

Un ambiente virtual de aprendizaje es un medio eficaz para la exploración mediante el juego.

Es importante anotar que los cambios de representación o el uso del registro

abstracto en un estudiante se pueden dar antes o después de los momentos propuestos en esta clase.

El uso de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas es pertinente en cuanto ayuda al estudiante a utilizar diferentes formas de representaciones de manera ágil y eficaz, dando precisión a cálculos, diagramas y conceptos a través de la manipulación de un programa, también brinda la posibilidad de tener acceso al conocimiento y a nuevas experiencias de aprendizaje utilizando la simulación y/o abriendo espacios de aprendizaje colectivos; ayuda a optimizar el tiempo de clase propendiendo la autonomía del estudiante para manipular la herramienta tecnológica observando cambios en el objeto de estudio.

Los cambios de representación presentados durante el uso del OVA se dan en la práctica individual en la que los estudiantes identifican que estrategia y representación es la apropiada para dar solución a la situación dada, de esta manera el OVA puede ofrecer, en sí misma, cambios de representaciones del conocimiento matemático o propender el cambio de representación por parte de los estudiantes en su experiencia de aprendizaje.

Referencias

Alonso, D. y Fuentes, L. (2001). Mecanismos cerebrales del pensamiento matemático. *Revista de Neurología*. 33, 568-576.

Alonso C; López P; Cruz V, (2013), Creer tocando, *Tendencias pedagógicas* 21: 249-262

Universidad Autónoma de Madrid. Departamento de Didáctica y Teoría de la Educación.

Alonso C; López P; Cruz V, (2013), Creer tocando, Tendencias pedagógicas 21 Universidad Autónoma de Madrid. Departamento de Didáctica y Teoría de la Educación. pg 251.

Beth L. Chance, Joan B. Garfield (2001), New Approaches to Gathering Data on Student Learning for Research in Statistics Education.

Biehler Rolf (1993) Software Tools and Mathematics Education: The Case of Statistics Learning from Computers: Mathematics Education and Technology pg 69.

Biehler Rolf (1993) The Case of Statistics: making sense of software tools Learning from Computers: Mathematics Education and Technology, pg 77.

Bruner, J. S. (1957). *Going beyond the information given*. New York: Norton.

Colombia aprende ministerio de educación nacional, sf,
<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/directivos/1598/article-172369.html>

Duval, R.: 1998b, 'Geometry from a cognitive point a view', in C. Mammana and V. Villani (eds.), *Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, pp. 37–52.

Duval R, (2006) A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics educational Studies in Mathematics 61: 103–131

Kaput j, Thompson P (1994), technology in mathematics education research: the first 25 years in the jrme, journal for research in mathematics education vol25 pg 676.

Ministerio de educación de Singapur, Moe, sf

Molina Morán E, (2013) La convergencia de la matemática y el lenguaje: una metodología de educación popular para el dominio de ambas, Tema I.7 - Los procesos de

Comunicación en el aula de Matemática y su impacto sobre el Aprendizaje del Alumnado. 313-314.

Onrubia J, (2005), Aprender y enseñar en entornos virtuales: actividad conjunta, ayuda pedagógica y construcción del conocimiento, Departamento de Psicología Evolutiva y de la Educación Universidad de Barcelona, Revista de educación a distancia.

Rubin, Andree, (2000). "Technology Meets Math Education: Envisioning A Practical Future", Julio. <http://www.air.org/forum/abRubin.htm>.

Sanhueza A M, (2011) Sin miedo a las matemáticas ,Revista Que paso. <http://www.quepasa.cl/articulo/actualidad/2011/07/1-6171-9-sin-miedo-a-las-matematicas.shtml/>

Sobre la Autora

Elizabeth Angarita Torres Licenciada en Educación Básica con Énfasis en Español e Inglés, auditora en calidad educativa, docente de matemáticas primaria Colegio Abraham Lincoln